

3.3) a) si suponemos que hay otra matriz  $M \in \mathbb{C}^{m \times m}$  tq:

$$(x, y) = [x]_B^T \cdot M \cdot [\bar{y}]_B,$$

Como también  $(x, y) = [x]_B^T \cdot G_B \cdot [\bar{y}]_B$  por lo visto en 3.2 b)

$$\rightarrow [x]_B^T \cdot M \cdot [\bar{y}]_B = [x]_B^T \cdot G_B \cdot [\bar{y}]_B$$

$$\rightarrow [x]_B^T \cdot M \cdot [\bar{y}]_B - [x]_B^T \cdot G_B \cdot [\bar{y}]_B = 0$$

$$\rightarrow [x]_B^T \cdot [\bar{y}]_B \cdot (M - G_B) = 0$$

Como quiere que valga  $\forall x, y \in W$

$$\rightarrow M - G_B = 0 \rightarrow M = G_B$$

Por lo tanto,  $G_B$  es la única matriz que cumple  $\forall x, y \in W$ .

b) Sabemos que  $[x]_B = M_{B'}^B [x]_{B'}$ ,  $[y]_B = M_{B'}^B [y]_{B'}$

usando esto en:  $(x, y) = [x]_B^T G_B [y]_B$

queda:  $(x, y) = (M_{B'}^B [x]_{B'})^T G_B (M_{B'}^B [y]_{B'}) \longrightarrow$

$$\longrightarrow = [x]_{B'}^T \cdot \underbrace{(M_{B'}^B)^T \cdot G_B \cdot M_{B'}^B}_{GB'} \cdot [y]_{B'}$$

Por lo tanto de acá puede definirse que:

$$\underline{GB'} = (M_{B'}^B)^T G_B M_{B'}^B$$

lo q' queda demostrar.